

Perbandingan Citra Hasil Rekonstruksi Metode *Newton-Raphson* dan *Landweber* pada *Electrical Capacitance Tomography*: Analisis Resolusi dan Akurasi

Rifang Pri Asmara*, Agung Tjahjo Nugroho, dan Endhah Purwandari
Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember
Jln. Kalimantan X, Sumsari, Jember 68121

Intisari

Penelitian untuk membuat desain *Electrical Capacitance Tomography* dilakukan menggunakan metode numerik *Finite Difference Method* (FDM) untuk *forward problem* dan ditentukan tingkat akurasinya terhadap metode analitik. Solusi berbasis FDM yang diperoleh, digunakan dalam proses rekonstruksi menggunakan metode *Landweber* dan *Newton-Raphson*. Perbandingan citra hasil rekonstruksi dari kedua metode dianalisis berdasarkan resolusi dan akurasi citra yang dihasilkan. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa akurasi FDM dengan melakukan pemotongan garis pada objek domain, didapatkan 90,57% pada garis horizontal dan 87,43% pada garis vertikal. Adapun hasil untuk rekonstruksi didapatkan akurasi proses rekonstruksi 98% untuk *Newton-Raphson* dan 88% untuk *Landweber*. Resolusi citra yang direkonstruksi dengan menggunakan *Newton-Raphson* mampu membedakan 2 benda dengan jarak pisah minimal 3 cm, sedangkan *Landweber* mampu membedakan 2 benda dengan jarak pisah minimal 8 cm. Hasil akurasi dan resolusi tersebut berlaku untuk sistem ECT 8 elektroda dengan objek domain lingkaran.

Abstract

The Electrical Capacitance Tomography system has been designed using the Finite Difference Method as a forwarding problem-based solution. Accuracy of the solution has also determined with the analytical method. The reconstruction proses using *Landweber* and *Newton-Raphson* method has been conducted so that a comparison of resolution and accuracy of the resulting image have obtained. The results of this research, indicate that the accuracy of the Finite Difference Method by cutting a line on a domain object was obtained at 90.57% on the horizontal line and at 87.43% on the vertical line. The result of the reconstruction process based on the *Newton-Raphson* method produced an accuracy of 98%, while the *Landweber* method only gained 88%. Two objects can be distinguished well using the *Newton-Raphson* method when they are at least 3 cm apart. Meanwhile, the other method is only able to distinguish two objects, at a minimum distance of 8 cm.

Keywords: Electrical Capacitance Tomography; Finite Difference Method; *Landweber*; *Newton-Raphson*.

*Corresponding author: rifang.asmara12@gmail.com

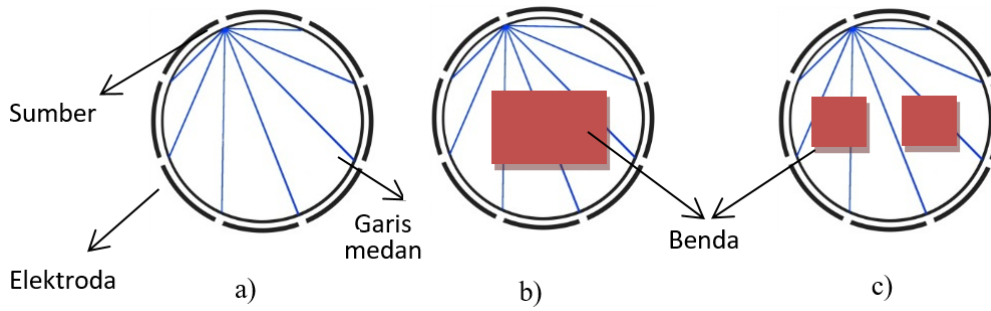
<http://dx.doi.org/10.12962/j24604682.v1i1.5238>
2460-4682 ©Departemen Fisika, FSains-ITS

I. PENDAHULUAN

Tomografi adalah teknik pengamatan yang mampu menggambarkan sebuah objek secara cepat dan tidak bersifat merusak atau mengubah struktur benda [1]. Berbagai macam aplikasi dari tomografi yang telah diterapkan adalah menggambarkan anatomi manusia [2], mendeteksi gangguan tulang [3], menentukan *defect* pada material [4], menentukan kualitas makanan [5], dan monitoring regulasi dari pipa industri [6]. Salah satu jenis tomografi adalah *Electrical Capacitance Tomography* (ECT), yang memanfaatkan sifat listrik yaitu kapasitansi. ECT bekerja dengan memanfaatkan distribusi kapasitansi yang diukur pada elektroda di permukaan objek, untuk menentukan distribusi permitivitas objek yang diamati. Kelebihan tomografi jenis ECT adalah

implementasi yang sederhana karena bekerja pada frekuensi rendah [7]. Agar implementasi dari ECT lebih luas, maka dilakukan sebuah penelitian untuk membuat sistem ECT dan menganalisis tingkat resolusi dan akurasi citra yang dihasilkan pada proses rekonstruksinya.

Pembuatan sistem ECT dilakukan menggunakan dua tahapan. Tahapan pertama yaitu *forward problem* dengan menentukan distribusi potensial berdasarkan distribusi permitivitas, dan yang kedua adalah *invers problem* dengan menentukan distribusi permitivitas berdasarkan distribusi potensial [8]. Penyelesaian *forward problem* dilakukan dengan menggunakan solusi numerik agar didapatkan distribusi potensial pada kondisi permitivitas tertentu. Solusi numerik pada penelitian ini digunakan *Finite Difference Method* (FDM) atau metode beda hingga untuk menentukan



Gambar 1: a). Model objek tanpa benda b). Model objek dengan 1 benda ukuran 20×20 cm c). Model objek dengan 2 benda masing-masing ukuran 10×10 cm dengan jarak pisah.

distribusi potensial pada sistem ECT yang digunakan. FDM merupakan metode numerik untuk menentukan nilai potensial di suatu titik yang berdasarkan pada titik-titik disampingnya [9]. Kelebihan metode ini adalah dapat menentukan solusi masing-masing titik dengan mudah dan dapat menggambarkan distribusi potensial keseluruhan yang bersifat diskrit [10]. Pada penelitian ini, solusi numerik yang didesain akan dibandingkan dengan solusi analitik, sehingga didapatkan tingkat akurasi dari solusi numerik.

Bagian selanjutnya, untuk permasalahan *invers problem* atau rekonstruksi, digunakan dua metode yaitu *Landweber* dan *Newton-Raphson*, untuk mendapatkan hasil perbandingan kedua metode tersebut pada tingkat akurasi dan resolusinya. Metode *Newton-Raphson* memiliki prinsip meminimasi nilai kuadrat *error* dari selisih pengukuran kapasitansi dengan pendekatan nilai kapasitansi, sehingga didapatkan hasil rekonstruksi yang lebih akurat [11]. Sedangkan metode *Landweber*, memiliki prinsip optimalisasi dengan selisih hasil rekonstruksi terukur dan hasil rekonstruksi melalui pendekatan, untuk mendapatkan hasil rekonstruksi yang akurat [12]. Dua metode tersebut sudah pernah dilakukan untuk mendesain sistem tomografi, seperti rekonstruksi ECT menggunakan *Newton-Raphson* [13], dan rekonstruksi ECT menggunakan *Landweber* [14]. Pada penelitian ini, akan dilakukan rekonstruksi menggunakan dua metode tersebut, dan selanjutnya akan dianalisis tentang tingkat akurasi dan resolusi yang dihasilkan.

II. METODOLOGI

Penelitian ini dibagi menjadi beberapa tahapan yaitu pembuatan model objek, penyelesaian *forward problem*, penyelesaian *invers problem*, dan analisis akurasi dan resolusi citra hasil rekonstruksi. Masing-masing tahapan memiliki peranan penting untuk membuat sistem ECT dan proses analisisnya.

Pembuatan model objek

Pembuatan model objek ECT dilakukan dengan mendesain sistem ECT berbentuk lingkaran dengan 8 elektroda yang

disusun pada permukaannya dengan sumber tegangan 50 volt, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.

Model objek yang ditunjukkan pada Gambar 1 menggunakan 8 elektroda, dan selanjutnya akan dibuat cacahan dengan jumlah *grid* persegi 50×50 cm² untuk mendesain solusi numerik dan hasil rekonstruksi pada titik-titik *grid*-nya. Model objek dengan permitivitas yang dijadikan *background* adalah 1, sedangkan benda memiliki permitivitas 7, dengan ukuran 20×20 cm² dan 10×10 cm² pada jarak pisah 10 cm. Pengukuran dilakukan untuk satu elektroda sebagai sumber sedangkan 7 elektroda lain digunakan untuk menentukan kapasitansi. Proses tersebut dilakukan dengan pergantian sumber untuk elektroda yang lain.

Penyelesaian *forward problem*

Penyelesaian *forward problem* digunakan untuk menentukan distribusi potensial ϕ yang diperoleh dengan menyelesaikan persamaan Poisson [15].

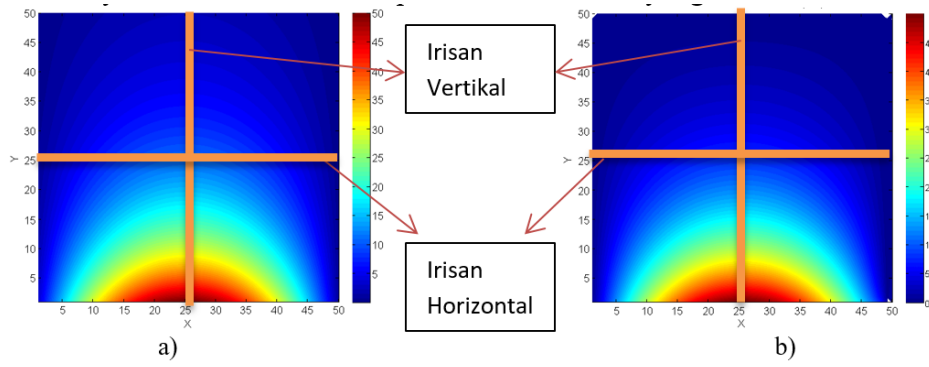
$$\nabla \cdot \epsilon \nabla \Phi = -\rho \quad (1)$$

dengan ρ adalah rapat muatan dan ϵ adalah permitivitas benda. Selanjutnya, persamaan 1 dikorelasikan dengan variabel kapasitansi sehingga mendapatkan persamaan kapasitansi yang bergantung pada distribusi permitivitas ϵ , untuk dua elektroda yang memiliki beda potensial ΔV_{ij} [16].

$$C_{ij} = -\frac{1}{\Delta V_{ij}} \int_T \epsilon(x, y) \nabla \Phi(x, y) d\ell \quad (2)$$

Nilai kapasitansi C_{ij} merupakan nilai yang diukur pada setiap pasangan elektroda, dimana C_{ij} merupakan fungsi integral permitivitas dan gradien potensial untuk koordinat x dan y terhadap $d\ell$, sehingga penelitian ini menghasilkan 56 hasil pengukuran kapasitansi untuk model objek yang digunakan. Berdasarkan Pers.(2), dapat diambil sebuah matrik yang menghubungkan antara variabel kapasitansi dan variabel permitivitas, yang disebut sebagai matrik sensitivitas S_{ij} [17].

$$S_{ij} = \int_A \frac{\nabla \Phi_i \cdot \nabla \Phi_j}{V_i V_j} dA \quad (3)$$



Gambar 2: a). Distribusi potensial dengan solusi analitik b). Distribusi potensial dengan solusi numerik FDM.

Penyelesaian *invers problem* atau rekonstruksi

Terdapat dua metode yang digunakan pada proses rekonstruksi yaitu metode *Newton-Raphson* dan metode *Landweber*. Persamaan yang digunakan dalam metode *Newton-Raphson* ditunjukkan oleh Pers.(4) [18].

$$G_{k+1} = G_k + (S_k^T \bullet S_k + \gamma I)^{-1} S_k^T (C_k - C) \quad (4)$$

Sedangkan persamaan dari metode *Landweber* ditunjukkan oleh Pers.(5) [19].

$$G_{k+1} = G_k + \alpha_k \bullet S^T (C - S \bullet G_K) \quad (5)$$

Kedua metode tersebut digunakan untuk menentukan distribusi permitivitas hasil rekonstruksi G berdasarkan hasil pengukuran nilai kapasitansi C . Kedua metode akan diberlakukan pada jumlah iterasi 1 hingga 100.000 untuk mendapatkan hasil rekonstruksi yang baik.

Analisis akurasi *forward problem*, akurasi proses rekonstruksi, dan resolusi

Akurasi solusi numerik yang diperoleh menggunakan FDM dibandingkan dengan solusi analitik. Seleksi terhadap model objek yang akan ditentukan nilai akurasinya, dilakukan dengan cara mengambil daerah hasil *slicing* di bagian garis tengah objek domain. Hasil *slicing* akan menghasilkan garis horisontal dan garis vertikal untuk ditentukan nilai akurasinya. Perhitungan *error* dari solusi numerik menggunakan FDM dilakukan dengan Pers.(6) dengan V adalah variabel potensial.

$$error = \frac{|V_{numerik} - V_{analitik}|}{V_{analitik}} \times 100\% \quad (6)$$

Adapun *error* untuk proses rekonstruksi ditunjukkan pada Pers.(7).

$$error = \frac{\|SG - C\|}{\|C\|^2} \times 100\% \quad (7)$$

Berdasarkan data *error* di atas, tingkat akurasi ditentukan dengan menggunakan Pers.(8).

$$akurasi = 100\% - error \quad (8)$$

Pengukuran resolusi ditentukan dengan mengamati jarak pisah minimum 2 buah benda hasil rekonstruksi yang masih dapat dibedakan satu sama lain. Jarak pisah diambil mulai dari jarak 10 cm dan diperkecil dengan interval 1 cm. Jarak minimum yang diperoleh menunjukkan kemampuan sistem ECT untuk membedakan 2 benda yang terpisah.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini dibagi menjadi 3 bagian. Bagian pertama yaitu hasil penyelesaian *forward problem*, bagian kedua yaitu penyelesaian *invers problem*, dan bagian ketiga adalah resolusi citra hasil rekonstruksi.

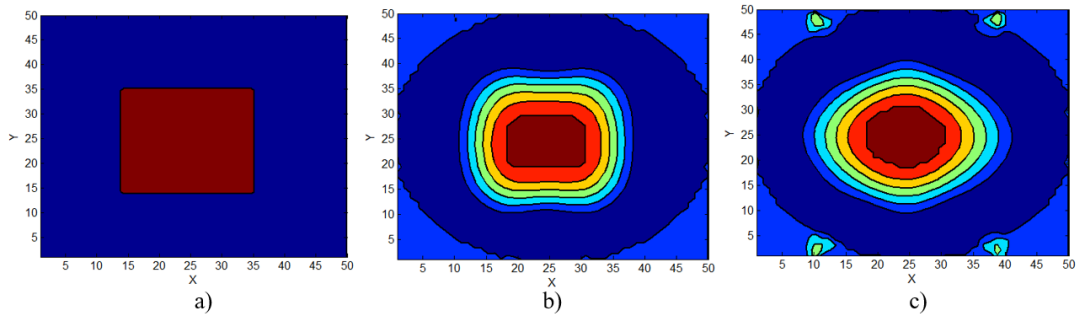
Hasil penyelesaian *forward problem*

Penyelesaian *forward problem* menggunakan FDM dan solusi analitik pada kasus sederhana atau permitivitas homogen berupa distribusi potensial yang ditunjukkan pada Gambar 2. Solusi analitik pada Gambar 2 didapatkan dari penyelesaian persamaan Laplace dengan memberikan syarat batas $v(x,0) = 50 \sin(\pi x/50)$ volt, $v(x,\infty) = 0$, dan ekspansi deret menggunakan deret Fourier [19]. Sedangkan solusi numerik menggunakan syarat batas $v(x,0) = 50 \sin(\pi x/50)$ volt. Syarat batas tersebut dipilih karena fungsi sinus akan menghasilkan potensial tertinggi pada posisi tengah, dimana posisi tersebut adalah posisi dari elektroda pertama pada sistem ECT yang dibuat.

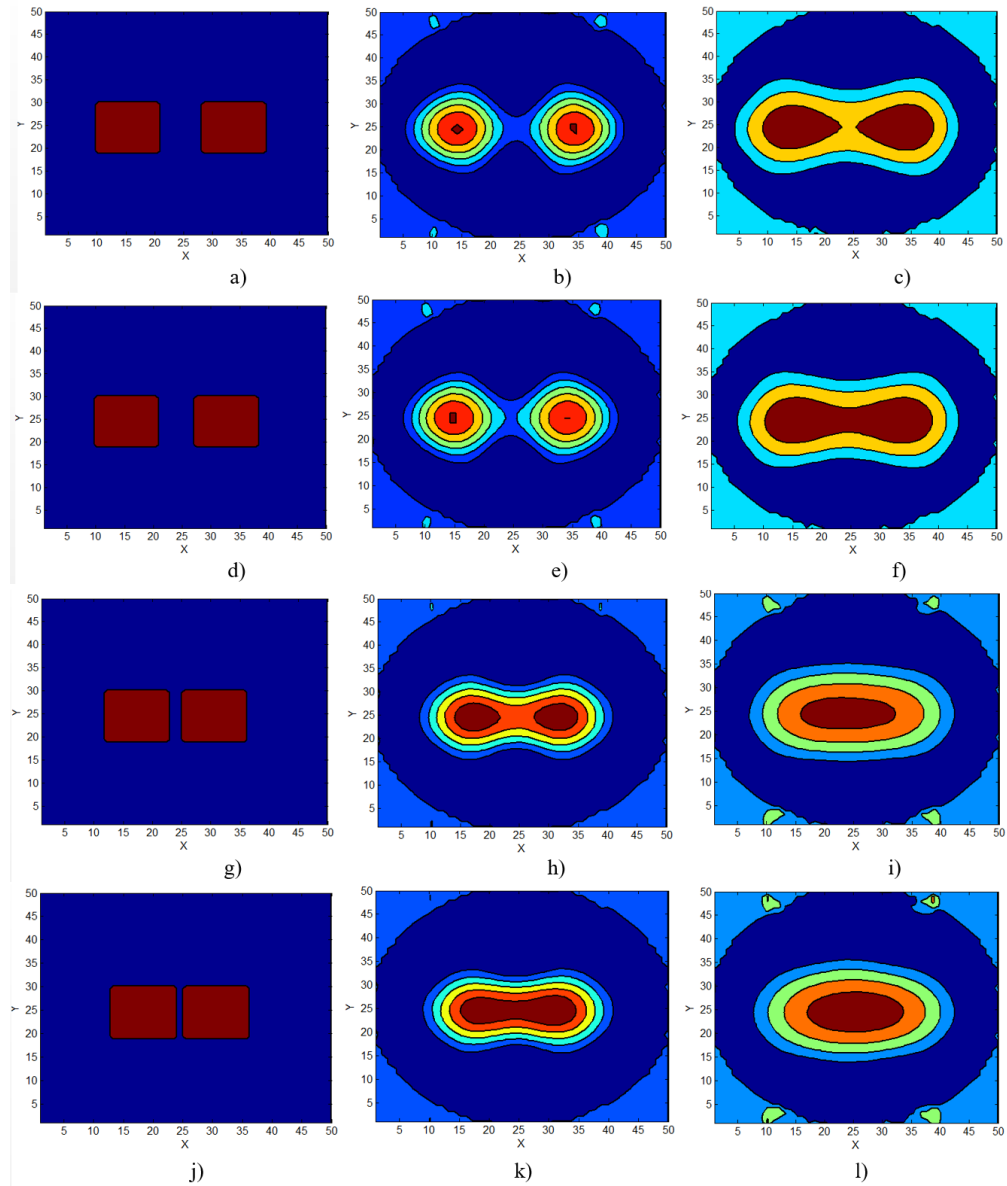
Hasil akurasi solusi numerik terhadap solusi analitik pada titik-titik yang ditentukan, memiliki akurasi rata-rata yaitu 90,57% pada garis horisontal, dan 87,43% pada garis vertikal. Hasil akurasi FDM yang diperoleh dapat dikatakan tinggi karena memiliki tingkat akurasi lebih dari 80%, sehingga solusi numerik FDM dapat digunakan untuk mendesain matrik sensitivitas pada sistem ECT.

Hasil penyelesaian *invers problem*

Penyelesaian *invers problem* menggunakan dua metode yaitu *Newton-raphson* dan *Landweber*. Hasil rekonstruksi dua metode tersebut ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3: a). Distribusi potensial dengan solusi analitik b). Distribusi potensial dengan solusi numerik FDM.



Gambar 4: a) Benda asli berjarak pisah 8 cm. b) Hasil rekonstruksi *Newton-Raphson* berjarak pisah 8 cm. c) Hasil rekonstruksi *Landweber* berjarak pisah 8 cm. d) Benda asli berjarak pisah 7 cm. e) Hasil rekonstruksi *Newton-Raphson* berjarak pisah 7 cm. f) Hasil rekonstruksi *Landweber* berjarak pisah 7 cm. g) Benda asli berjarak pisah 3 cm. h) Hasil rekonstruksi *Newton-Raphson* berjarak jarak 3 cm. i) Hasil rekonstruksi *Landweber* berjarak pisah 3 cm. j) Benda asli jarak 2 cm. k) Hasil rekonstruksi *Newton-Raphson* jarak 2 cm. l) Hasil rekonstruksi *Landweber* jarak 2 cm.

Hasil pada Gambar 3 menunjukkan bahwa metode *Newton-Raphson* dapat merekonstruksi citra lebih baik daripada *Landweber*, dengan tingkat akurasi pada *Newton-Raphson* mencapai 98%, sedangkan untuk *Landweber* mencapai 88%. Selain tingkat akurasi, berdasarkan Gambar 3 dapat dilihat bahwa rekonstruksi *Newton-Raphson* memiliki bentuk yang lebih mirip benda asli daripada rekonstruksi *Landweber*. Namun, kedua metode memiliki hasil rekonstruksi dengan efek *smoothing*. Efek ini menghasilkan sebuah citra yang memiliki perbedaan kontur yang memiliki arti perubahan nilai permitivitas pada permukaan benda, sehingga efek tersebut akan mengganggu hasil rekonstruksi yang dihasilkan oleh sistem ECT.

Selain efek *smoothing* yang dihasilkan, citra hasil rekonstruksi kedua metode memiliki kelemahan berupa keadaan tidak dapat menggambarkan benda lancip atau memiliki sudut. Hal ini dapat dilihat pada citra hasil rekonstruksi bagian ujung benda, dimana kedua metode tidak dapat menggambarkan bentuk benda secara sempurna. Selain itu, hasil rekonstruksi *Landweber* masih menghasilkan citra yang berbentuk mirip lingkaran, hal ini berbeda seperti yang dihasilkan oleh *Newton-Raphson*, dimana *Newton-Raphson* hanya membentuk lengkungan pada ujung sisi dari benda yang diamati. Adapun hasil dari efek *smoothing* dan kelemahan dalam merekonstruksi benda yang memiliki sudut, citra yang dihasilkan dengan permitivitas 7 mengalami reduksi ukuran. Benda asli dengan ukuran $20 \times 20 \text{ cm}^2$ pada permitivitas 7 hanya dapat direkonstruksi menjadi benda

berukuran $12 \times 12 \text{ cm}^2$ untuk permitivitas 7. Sedangkan $8 \times 8 \text{ cm}^2$ sisanya merupakan hasil dari efek *smoothing* yang diperoleh pada proses rekonstruksi.

Analisis resolusi

Resolusi yang didapatkan merupakan tingkat kemampuan proses rekonstruksi membedakan dua benda yang terpisah dengan jarak tertentu. Hasil citra dua metode yang digunakan untuk menentukan resolusi dapat dilihat pada Gambar 4.

Hasil pada Gambar 4 menunjukkan bahwa metode *Newton-Raphson* dapat membedakan dua benda dengan jarak $\geq 3 \text{ cm}$, sedangkan pada metode *Landweber* dapat membedakan dua benda dengan jarak $\geq 8 \text{ cm}$. Oleh karena itu, resolusi yang dihasilkan oleh metode *Newton-Raphson* lebih baik daripada yang dihasilkan oleh metode *Landweber* pada penelitian ini.

IV. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, didapatkan bahwa solusi numerik menggunakan FDM dapat digunakan untuk menyusun sistem ECT karena memiliki akurasi $> 80\%$ terhadap solusi analitik pada kasus permitivitas homogen. Hasil rekonstruksi citra menggunakan metode *Newton-Raphson* memiliki akurasi dan resolusi yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode *Landweber*, untuk sistem ECT yang didesain pada penelitian ini.

-
- [1] Q. Marashdeh, Warsito, L. Fan, and F.L. Teixeira, "Non-linier Forward Problem Solution for Electrical Capacitance Tomography using Feed-Forward Neural Network", *IEEE Sensors Journal*, vol 6, pp. 441-449, 2006.
 - [2] A. Balzeau, D.H. Griamaud, E. Indriati, and T. Jacob, "Computer Tomography Scanning of Homo Erectus Crania Ngandong 7 from Java", *Berkala Ilmu Kedokteran*, vol 35, pp. 133-140, 2003.
 - [3] D. Demirbag, and Kabayel, "The Role of Quantitative Computed Tomography and Magnetic Resonance Imaging in Diagnosis and Follow-up of Osteoporosis", *Turkish Journal of Physics Medicine and Rehabilitation*, vol 62, pp. 22-25, 2016.
 - [4] A. Zbrowski, "X-ray Tomography in The Diagnostics of Roller Bearing Rings", *Solid State Phenomena*, vol 223, pp. 211-220, 2015.
 - [5] M.S. Stubkjaer, "Detection of Meat and Fat Quality in Pork and Beef Using X-ray", Thesis, Denmark: University of Copenhagen, 2009.
 - [6] N. Ramli, K. Shaunmugam, and S. Amir, "Proptosis Correlation and Agreement between Hartel Exophthalmometry and Computed Tomography", *The International Journal on Orbital Disorders. Oculoplastic and Lacrimal Surgery*, vol 34, pp. 257-262, 2015.
 - [7] Warsito, "Review: Komputasi Tomografi dan Aplikasinya dalam Proses Industri", *Prosiding Semiloka Teknologi Simulasi dan Komputasi serta Aplikasi, Pusat Pengkajian dan Penerangan Teknologi Informasi dan Elektronika (P3TIE-BPPT)*, pp.1-11, 2005.
 - [8] W.Q. Yang, D.M. Spink, T.A. York, and H. McCann, "An Image Reconstruction Algorithm Based on Landweber's Iteration Method for Electrical Capacitance Tomography", *Measurement Science and Technology*, vol 10, pp. 979-1104, 1999.
 - [9] R. Shangjie, D. Feng, X. Youyuan, and T. Chao, "Reconstruction of The Three-Dimensional Inclusion Shapes Using Electrical Capacitance Tomography", *Measurement Science and Technology*, vol 25, pp. 403-414, 2014.
 - [10] S. Zhao, and J. Matthew, "Some Refinement on The Finite Difference Method for 3-D dc Resistivity Modeling", *Geophysics*, vol 61, pp. 1245-1569, 1996.
 - [11] S.H. David, "Electrical Impedance Tomograph" (Method. History and Application), London: IOP Publishing Ltd., 2005.
 - [12] L. Charles, "Applied Iterative Methods", New York: A K Peters/CRC Press., 2007.
 - [13] R. Martin, A. Ortiz, and C. Rodriguez, "Multiphase Flow Reconstruction in Oil Pipelines by Capacitance Using Simulated Annealing", *Geofisica Internacional*, vol 44, pp. 241-250, 2005.
 - [14] T.S. Pan, and A.E. Yagle, "Acceleration of Landweber-Type Algorithms by Suppression of Projection on the Maximum Singular vector", *IEEE transactions on medical imaging*, vol 45, pp. 2023-2027, 1992.
 - [15] L.M. Boas, "Mathematical Method in The Physics Sciences", USA: John Wiley & Sons, 1983.
 - [16] M. Soleimani, H. Wang, Y. Li, and W. Yang, "A Comparative Study of 3D Electrical Capacitance Tomography", *International Journal of Information and Systems Sciences*, vol 3, pp. 292-306, 2007.

- [17] F. Wang, Q. Marashdeh, L. Fan, and Warsito, "Electrical Capacitance Volume Tomography: Design and Applications", Sensors (Basel), vol 10, pp. 1890-1917. 2007.
- [18] M.S. Beck, and R. Williams, "Process Tomography: A European Innovation and its Application", Meas. Sci. Technol., vol 7, pp. 215-224, 1996.
- [19] D.J. Griffiths, "Introduction to Electrodynamics", USA : Prentice-Hall, Inc., 1999.